Bergische Universität Wuppertal
Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften
AG Optimierung und Approximation

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Aufgaben und Lösungen zum Vorkurs 2019

Prof. Dr. Kathrin Klamroth
Dr. Jonas Kremer
Dr. Britta Schulze
Dr. Michael Stiglmayr
Julius Bauss, M.Sc.
Anna Clevenhaus, M.Sc.
Onur Doganay, M.Sc.

1 Mengen

Aufgabe 1.
Es seien die Mengen $A = \{2,3,4\}$, $B = \{2,5,6\}$, $C = \{5,6,2\}$ *und* $D = \{6\}$ *gegeben.*
Bestimmen Sie die folgenden Mengen:

a) $A \cap B$ *b)* $A \cup B$ *c)* $A \setminus B$ *d)* $B \setminus A$
e) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ *f)* $A \cap D$ *g)* $A \cup B \cup C \cup D$

Lösung:
a) $A \cap B = \{2\}$ b) $A \cup B = \{2,3,4,5,6\}$ c) $A \setminus B = \{3,4\}$ d) $B \setminus A = \{5,6\}$
e) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{3,4,5,6\}$ f) $A \cap D = \{\ \}$ g) $A \cup B \cup C \cup D = \{2,3,4,5,6\}$

Aufgabe 2.
Die Grundmenge Ω *sei die Menge aller Schülerinnen und Schüler des Gymnasiums X-Schlau.* F *sei die Menge aller Schülerinnen,* M *die Menge aller Schülerinnen und Schüler, deren Lieblingsfach Mathematik ist,* C *die Menge aller Schülerinnen und Schüler, die im Schulchor singen,* B *die Menge aller Schülerinnen und Schüler, die das Fach Biologie nicht mögen und* T *die Menge aller Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Freizeit Tennis spielen.*
Beschreiben Sie die folgenden Mengen:

a) $\Omega \setminus M$ *b)* $M \cup C$ *c)* $F \cap T$ *d)* $M \setminus (B \cap T)$

Lösung:

a) $\Omega \setminus M$: Schülerinnen und Schüler, die nicht Mathe als Lieblingsfach haben
b) $M \cup C$: Schülerinnen und Schüler, die Mathe als Lieblingsfach haben oder im Schulchor singen
c) $F \cap T$: Schülerinnen, die Tennis spielen
d) $M \setminus (B \cap T)$: Schülerinnen und Schüler mit Lieblingsfach Mathe, die nicht sowohl Bio nicht mögen als auch Tennis spielen

Aufgabe 3.
Geben Sie die folgenden Mengen in aufzählender Darstellung an.

a) $\{n^2 \in \mathbb{N} : n \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq n \leq 8\}$ *b)* $\{2n-1 : n \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq n \leq 5\}$ *c)* $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \wedge \frac{1}{n} \in \mathbb{N}\}$

Lösung:

a) $\{9,16,25,36,49,64\}$ b) $\{1,3,5,7,9\}$ c) $\{1\}$

Aufgabe 4.
Geben Sie die folgenden Mengen in beschreibender Darstellung an.

a) $\{3,4,5,6,7,8,9,10\}$ *b)* $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}\right\}$ *c)* $\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}\right\}$

Lösung:

a) $\{n \in \mathbb{N} : 3 \leq n \leq 10\}$ b) $\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq n \leq 8\}$ c) $\{\frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq n \leq 5\}$

Aufgabe 5.
Zwei Weingläser sind jeweils mit der gleichen Menge Wein gefüllt. In einem Glas befindet sich Weißwein, in dem anderen Rotwein. Aus dem Rotweinglas wird nun ein Löffel Rotwein entnommen und in das Weißweinglas geschüttet. Nach kräftigem Umrühren wird dem Weißweinglas ein Löffel der entstandenen Weinmischung entnommen und in das Rotweinglas geschüttet.
Befindet sich anschließend mehr Rotwein im Weißweinglas oder mehr Weißwein im Rotweinglas?

Lösung:
a: Weinmenge im Glas zu Beginn
b: die mit dem Löffel zu entnehmende Weinmenge

	Rotweinglas	Weißweinglas
zu Begin	a rot, 0 weiß	0 rot, a weiß
nach 1 Löffel Rot- in Weißweinglas	$a-b$ rot, 0 weiß	b rot, a weiß
nach 1 Löffel Mischung in Rotweinglas	$a-b+b\cdot\frac{b}{a+b}=\frac{a^2}{a+b}$ rot $0+b\cdot\frac{a}{a+b}=\frac{ab}{a+b}$ weiß	$b-b\cdot\frac{b}{a+b}=\frac{ab}{a+b}$ rot $a-b\cdot\frac{a}{a+b}=\frac{a^2}{a+b}$ weiß

Antwort: Weder noch! Es befindet sich genauso viel Rotwein im Weißweinglas wie Weißwein im Rotweinglas.

Aufgabe 6.
Erstellen Sie eine Liste aller möglichen verschiedenen Teilmengen der Menge {a,b,c}.
Wie viele gibt es, wenn die leere Menge und die Menge selbst dazu gehören?
Ebenso für die Menge {a,b,c,d}.

Lösung:
a) $\{\,\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\} \Rightarrow$ Anzahl Teilmengen: $2^3 = 8$
b) $\{\,\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{c,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}, \{a,b,c,d\} \Rightarrow$ Anzahl Teilmengen: $2^4 = 16$

Aufgabe 7.
Schreiben Sie die folgenden Mengen als Intervall:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x < 4\}$ *b)* $B = \{x \in \mathbb{R} : 5 \leq x < 19\} \cap \{x \in \mathbb{R} : 13 \leq x < 27\}$
c) $C = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 44\}$ *d)* $D = \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} : -33 < x < \infty\}$
e) $E = \{x \in \mathbb{R} : x > 5\}$

Lösung:
a) $A = [3,4)$ b) $B = [13,19)$ c) $C = [2,44]$ d) $D = (-\infty, -33]$ e) $E = (5,\infty)$
Hinweis: Veranschaulichen am Zahlenstrahl.

Aufgabe 8.
Seien $A = \{a,b,c,d\}$ *und* $B = \{1,2,3\}$. *Bilden Sie das Kreuzprodukt* $A \times B$.

Lösung:
$A \times B = \big\{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3),(c,1),(c,2),(c,3),(d,1),(d,2),(d,3)\big\}$

Aufgabe 9.
Eine Umfrage ergab, dass 80 Befragte regelmäßig Fernsehnachrichten schauen und 65 regelmäßig eine Tageszeitung lesen. Beide Angaben schließen 47 Personen ein, die beides regelmäßig tun. Schließlich gab es noch 28 Personen, die weder regelmäßig Fernsehnachrichten schauen noch eine Tageszeitung lesen.
Wieviele Personen haben insgesamt an der Umfrage teilgenommen?

Lösung:
a) Skizze: Venn Diagramm
nur Fernsehen: $80 - 47 = 33$ nur Zeitung: $65 - 47 = 18$ Fernsehen und Zeitung: 47 weder Fernsehen noch Zeitung: 28
Also nahmen $33 + 18 + 47 + 28 = 126$ Personen an der Umfrage teil.

Aufgabe 10.
An einer Umfrage, ob sie an einem bestimmten Tag die Sendung A, B oder C im Radio gehört hatten, nahmen 1000 *Personen teil. Von den befragten Personen hatten* 420 *A*, 316 *B und* 160 *C gehört. Diese Angaben schließen ein:* 116, *die A und B*, 100, *die A und C*, 30, *die B und C und* 16, *die alle drei Sendungen gehört hatten.*

a) Wieviele Personen hatten A, aber nicht B gehört?

b) Wieviele hatten C, aber weder A noch B gehört?

c) Wieviele hatten weder A noch B noch C gehört?

Lösung: Vorüberlegungen mit Skizze (Venn Diagramm)

Menge	Anzahl Elemente
A	420
B	316
C	160
$A \cap B$	116
$A \cap B$	100
$B \cap C$	30
$A \cap B \cap C$	16
$A \backslash B$	$420 - 116$
$A \backslash C$	$420 - 100$
$B \backslash C$	$316 - 30$
$C \backslash (A \cup B)$	$160 - 100 - 30 + 16$
$\Omega \backslash (A \cup B \cup C)$	$1000 - (420 + 316 + 160) + 116 + 100 + 30 - 16 = 666$